Sonderabdruck aus Zeitschr. f. mathem. u. naturw. Unterr. XL. Heft 6/7.
Druck und Verlag von B. G. Teubner in Leipzig. 1909.

Eine graphische Darstellung der geometrischen Progressionen.

Von Dr. M. Milankovitch in Wien.

Mit 2 Figuren im Text.

Im nachstehenden wollen wir eine einfache und anschauliche graphische Darstellung der geometrischen Progression:

$$a + aq + aq^2 + aq^3 + \cdots$$

geben. Zu diesem Ende mache man:

$$\overline{AB} = a \qquad \sphericalangle\, CBA = 90^0$$

und ziehe die Geraden AS und BS', daß:

$$\sphericalangle\, CAB = \sphericalangle\, CBD = \alpha = \operatorname{arc\,tang} q.$$

Zeichnet man nun zwischen diesen zwei Geraden den Polygonalzug $ABCDEF\cdots$, wo je zwei benachbarte Seiten den rechten Winkel einschließen, dann ist:

$$\overline{BC} = \overline{AB} \text{ tang } \alpha = aq$$
$$\overline{CD} = \overline{BC} \text{ tang } \alpha = aq^2$$
$$\overline{DE} = \overline{CD} \text{ tang } \alpha = aq^3$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

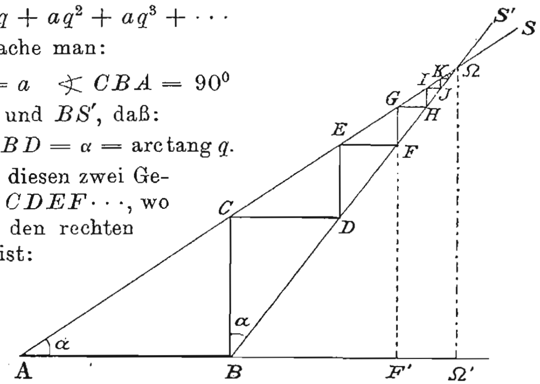

Fig. 1.

Die einzelnen Seiten des rechtwinkeligen Polygonalzuges $ABCDEF\ldots$ stellen demnach die entsprechenden Glieder der geometrischen Progression dar und die Summe einer beliebigen Anzahl Glieder, d. h. die Länge des dieselben darstellenden Polygons ist auch dargestellt durch die Summe seiner Horizontal- und Vertikal-Projektion. So ist z. B. die Summe der ersten fünf Glieder dargestellt durch die Länge $\overline{AF'} + \overline{F'F}$. Wenn $q < 1$, d. h. die Reihe konvergent ist, so konvergieren auch die Geraden AS und BS' — wie in Figur 1 dargestellt — und schneiden sich im Punkte Ω. Es ist sofort einzusehen, daß die Summe der unendlichen Anzahl Glieder gleich ist:

$$S = \overline{A\Omega'} + \overline{\Omega'\Omega}.$$

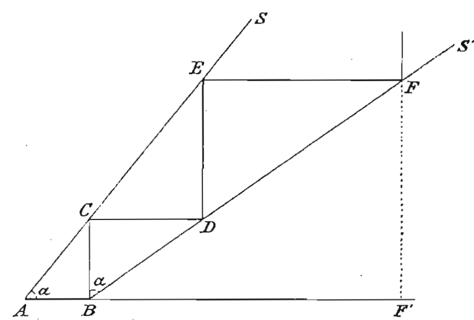

Fig. 2.

Der Begriff der Konvergenz ist hiermit geometrisch sehr klar veranschaulicht und kann diese Darstellung bei der Erklärung des Begriffes der Konvergenz und der Grenze im Unterricht gut verwendet werden.

Ist $q > 1$, d. h. ist die Reihe nicht konvergent, dann divergieren die zwei Geraden AS und BS' — wie in Figur 2 dargestellt — und die Progression ist wiederum veranschaulicht durch den Polygonalzug $ABCDEF$.