

O pitanju astronomskih teorija ledenih doba.

NAPISAO

Dr. MILUTIN MILANKOVIĆ.

*(Preštampano iz 204. knjige „Rada“ Jugoslavenske akademije znanosti
i umjetnosti.)*



U ZAGREBU
TISAK DIONIČKE TISKARE
1914.



Топлотне мношине, што их сунце шаље за годишњих доба на земљу, распоређују се на њеној површини по математичким законима, који су били предмет испитивања моје радње: „О распореду сунчеве радијације на површини земље“². Према тим законима зависе сезонске топлотне мношине, одаслане на коју јединицу земалјске површине, о овим величинама:

— о соларној константи, I_0 ; — о дужини године, T ; — о великој полуоси a земалјске путање; — о ексцентрицитету e земалјске путање; — о нагибу ε еклипике према екватору; — о географичкој ширини φ уоченога мјеста земалјске површине.

Секларне промјене соларне константе I_0 јесу — као што већ њен назив казује — незнатне, макар у оном интервалу времена, о којем се ради у теорijама ледених доба; тако исто нијесу величине a и T подложене секларним промјенама, тако да се прве три од наведених величина могу држати константнима. Зато су топлотне мношине W_e и W_h , што их прима уочена јединица земалјске површине за своје лјетне односно зимске полугодине, функције овога облика:

$$(1) \begin{cases} W_e = W_e(\varphi, e, \varepsilon) \\ W_h = W_h(\varphi, e, \varepsilon) \end{cases}$$

¹ Ова радња била је намијенјена свећаној књизи за седамдесету годишњицу непрежалјенога предсједника Југославенске академије Таd е Sмиčićкласа. Али како је његово преминуће претекло почетак тискања те књиге, одустала је академија од свoga наума, па је објелоданује оvdје. — Југославенска академија.

² Глас Српске Краљевске Академије, св. XC (1913.).

Gornje funkcije, kao što je u spomenutoj radnji pokazano, takova su oblika, da iz njih sljeduje: da jedno mjesto južne geografske širine prima za svoje ljetne odnosno zimske polugodine istu toplotnu množinu kao i jedno mjesto iste geografske širine sjeverne hemisfere za svoje ljetne odnosno zimske polugodine. Pri tome valja imati na umu, da je ljetna polugodina južne hemisfere identična sa zimskom sjeverne, a zimska polugodina južne hemisfere identična sa ljetnom sjeverne. Dužine tih polugodina zavise o ekscentricitetu e zemaljske putanje i o anomaliji ν_0 sunca u proljetnoj tački ili — što izlazi na isto — o dužini perihela Π prema proljetnoj tački. Označimo li dužinu ljetne, odnosno zimske, polugodine sjeverne hemisfere sa T_e odnosno sa T_h , a dužinu ljetne, odnosno zimske, polugodine južne hemisfere sa T_e' , odnosno sa T_h' , to su te veličine funkcije ovoga oblika:

$$(2) \begin{cases} T_e = T_h' = T_e(e, \Pi) \\ T_h = T_e' = T_h(e, \Pi) \end{cases}$$

Srednjemu ljetnom, odnosno zimskom, danu sjeverne hemisfere odgovaraju prema tome ove toplotne množine:

$$(3) \begin{cases} q_e = \frac{W_e(\varphi, e, \varepsilon)}{T_e(e, \Pi)} \\ q_h = \frac{W_h(\varphi, e, \varepsilon)}{T_h(e, \Pi)} \end{cases}$$

a srednjemu ljetnom, odnosno zimskom, danu južne hemisfere odgovaraju ove toplotne množine:

$$(4) \begin{cases} q_e' = \frac{W_e(\varphi, e, \varepsilon)}{T_h(e, \Pi)} \\ q_h' = \frac{W_h(\varphi, e, \varepsilon)}{T_e(e, \Pi)} \end{cases}$$

Nejednakost dužina godišnjih doba povlači za sobom, kako to sljeduje iz gornjih jednačina, nejednakost veličina q_e i q_e' , odnosno nejednakost veličina q_h i q_h' .

Nebesna mehanika uči, da se veličine e , ε i Π sekularno mijenjaju, pa će zbog toga i veličine q biti podvrgnute sekularnim promjenama. Te sekularne promjene rasporeda sunčeve radijacije na površini zemlje držali su neki naučenjaci za uzroke ledenih doba, koja su se bez sumnje nekoliko puta pojavila na površini naše zemlje.

Tako su nastale astronomske teorije ledenih doba u svojim raznim oblicima, pa su imale svojih ubijeđenih pristalica i strasnih protivnika, a ni dan danas nijesu definitivno odbačene, a još manje neosporno primljene.

No sve se te teorije počinjaju od neospornih fakata, jer ne samo da su sekularne promjene gornjih toplotnih množina q astronomski utvrđene, nego se mogu izračunati sa istim onim velikim stepenom tačnosti, sa kojim nebesna mehanika rješava svoje probleme. S jednom riječi: fenomen sekularnih varijacija toplotnih množina q dade se matematički tačno opisati, pa o njemu ne može biti raznolikosti mišljenja. Te se raznolikosti mišljenja pojavljuju tek onda, kada se zapita, kako li su se te varijacije toplotnih množina q pokazale u klimatskoj slici naše zemlje.

Od želje, da se na ovo drugo pitanje što prije odgovori, prelazilo se ovlaš preko prvoga pitanja. Tako se u raznim astronomskim teorijama ledenih doba uzimaju nepotpuno u obzir promjene veličina q , t. j. u njima se uzimaju samo u obzir promjene izazvane mijenjanjem jednoga ili najviše dvaju od spomenutih astronomskih elemenata, a na pitanje, kako li su varijirale veličine q uslijed mijenjanja svih promjenljivih astronomskih elemenata, nije se do dan danas potpuno odgovorilo. Uzrok toj pojavi po svoj je prilici taj, što ispitivači astronomskih uzroka ledenih doba nijesu po svojoj spremi i po pogledima svojima uviđali važnost, da se prvo potpuno riješi astronomski dio proučavanoga problema, pa tek onda da se pristupi klimatološkom dijelu.

Tek se u novije doba stalo više paziti na taj dio problema. Godine 1896. publikovao je Hargreaves u časopisu Cambridge-skog filozofskog društva matematički elegantnu radnju o tome, kako raspored sunčane radijacije na površini zemlje zavisi o astronomskim elementima. Godine 1901. publikovao je Charlier u izvještajima lundskog opservatorija radnju, koja se bavi ispitivanjem sekularnih promjena veličina T_e i T_h . Godine 1905. i 1907. izadoše dvije radnje Hopfnera u Izvještajima bečke akademije, u kojima je dao prijedlog literature astronomskoga

dijela problema, pokušao, da ukaže na nedostatke dosadanih radova, i poduzeo, da ispitivanje toga problema stavi na širu osnovu. No u oba njegova rada potkrale su mu se takove matematičke pogriješke, koje tim radovima oduzimaju svaku naučnu vrijednost. Ja sam u svome već spomenutom radu ukazao na te pogriješke, od kojih neke nijesu ostale neopažene ni Herzu¹, koji se takođe bavio tim problemom.

No pored svih tih novijih radova nije podato još potpuno riješenje astronomskoga dijela proučavanoga problema. Zato sam se poduhvatio, da, riješivši taj dio problema što potpunije, dadem matematički tačnu sliku sekularnih promjena toplotnih množina q , ne bi li na taj način bila stvorena solidna baza za dalja ispitivanja u tome pravcu, t. j. za ispitivanja, kako li su se te promjene oličavale u klimatskoj slici naše zemlje.

Dovršivši ta ispitivanja, mislim, da će biti od interesa, da saopštim na ovome mjestu najvažnije kvalitativne rezultate njihove i da se tom prilikom obazrem na glavnije astronomske teorije ledenih doba.

Teorija perturbacija opisuje matematički mijenjanje veličina e , ε , Π i predstavlja ih kao funkcije vremena. Stockwell je² uzeo u obzir međusobne perturbacije svih glavnih osam planeta, razvio formule za sekularne varijacije veličina e , ε , Π , a Pilgrim je³ vrijednosti tih veličina izračunao i tabelarisao za interval vremena od 10.100 tisuća godina prije Hr., pa sve do 500 tisuća godina poslije godine 1850. po Hr. Zato je moguće, upotrebivši jednačine za W_e , W_h , T_e i T_h , što sam ih za ovu specijalnu svrhu izveo u svojoj spomenutoj radnji, predstaviti ove veličine kao funkcije vremena. Izvede li se ta matematička operacija, to se prije svega dobiju ovi rezultati:

Dužine ljetne, odnosno zimske, polugodine mogu varijirati oko njihove srednje vrijednosti (koja je jednaka polovini tropske godine) za 8.6% u pozitivnom i u negativnom smislu, dakle svega za 17.2%.

Ove varijacije veličina T_e i T_h jesu baza svih astronomskih teorija, koje se okupljaju u prvu kategoriju astronomskih teorija ledenih doba (Adhémar, Croll, Wallace, Ball).

¹ Die Eiszeiten und ihre Ursachen; Wien 1904.

² Smithsonian Contributions, Vol. XVIII. Washington 1873.

³ Jahreshefte des Vereins für vaterl. Naturkunde in Württemberg, Bd. 60.

Kod ovih teorija nedolaze u obzir varijacije brojitelja izraza (3) i (4), izazvane mijenjanjem astronomskog elementa ε , i to s ovih razloga: Croll i Ball, koji su tim teorijama dali matematičko obrazloženje, ne uzimaju u svojim računima u obzir toplotne množine odaslane nekoj odabranoj paraleli, nego operišu, matematičke jednostavnosti radi, toplotnim množinama \mathfrak{W}_e i \mathfrak{W}_h , odaslanima čitavoj sjevernoj ili južnoj hemisferi za njihovih ljetnih odnosno zimskih polugodina — s jednom riječi: oni računaju toplotnim množinama, koje bi, prema našim oznakama, bile predstavljene izrazima:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{W}_e = r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} W_e(\varphi, e, \varepsilon) \cos \varphi d\varphi \\ \mathfrak{W}_h = r^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} W_h(\varphi, e, \varepsilon) \cos \varphi d\varphi \end{array} \right.$$

gdje r predstavlja radius zemlje. Te toplotne množine mijenjaju se sa veličinama e i ε , ali su njihove promjene tako male (veličina \mathfrak{W}_e varijira oko svoje srednje vrijednosti za 1.1%, a \mathfrak{W}_h za 1.8%), da ne dolaze u obzir prema varijacijama veličina T_e i T_h .

Ekholm i Spitaler ispitivali su u svojim radnjama¹, koje sačinjavaju drugu kategoriju astronomskih teorija ledenih doba, utjecaj varijacija nagiba ekliptike na raspored toplotnih množina, što ih zemlja prima od sunca, i pokušali su izračunati temperaturne promjene na površini zemlje, izazvane tim varijacijama. Ali je Ekholm ispitivao samo taj utjecaj, a nije uzimao u obzir varijacije veličina T_e i T_h i njihov utjecaj na srednje sezonske toplotne množine, a Spitaler je, istina, pokušao uzimati u obzir i te varijacije, ali su njegovi računi žalibože bazirani na rezultatima Hopfnerovim, za koje smo već kazali da su pogriješni.

¹ Publikovanim u Quart. Journ. R. Met. Soc. XXVII. (1901) odnosno u Gerlands Beiträge zur Geophysik VIII. (1907).

Tako prva kategorija teorijâ ledenih doba operiše u glavnom varijacijama imenitelja, a druga varijacijama brojitelja izraza (3) i (4).

Prema stauovištu prve kategorije spomenutih teorija zavise promjene srednjih toplotnih množina:

$$(6) \quad Q_e = \frac{\mathfrak{B}_e}{T_e} \quad \text{i} \quad Q_h = \frac{\mathfrak{B}_h}{T_h},$$

odaslanih za ljetnoga odnosno zimskoga dana sjevernoj hemisferi, i srednjih toplotnih množina:

$$(7) \quad Q_e' = \frac{\mathfrak{B}_e}{T_h} \quad \text{i} \quad Q_h' = \frac{\mathfrak{B}_h}{T_e},$$

odaslanih za vrijeme ljetnoga odnosno zimskoga dana južnoj hemisferi, u glavnom o varijacijama veličinâ T_e i T_h .

Veličine T_e i T_h zavise, prema predašnjem, samo o veličinama e i Π . Uslijed mijenjanja veličine Π , koja za nešto 21.000 godina naraste za 360° , oscilovale bi te veličine oko svoje srednje vrijednosti istom periodom, a uslijed mijenjanja veličine e , koja osciluje sa srednjom periodom od nešto 92.000 godina između svojih granica $e = 0$ i $e = 0.0677$, oscilovale bi one oko svoje srednje vrijednosti ovom dužom periodom. Zajedničko mijenjanje veličina Π i e čini, da veličine T_e i T_h izvode oscilacije periodom od nešto 21.000 godina, no koje sa porastom veličine e bivaju sve veće i veće i dostizavaju svoje ekstreme, kada i e . S jednom riječi: obje se komponentalne oscilacije superponiraju. Taj dvostruko oscilatorni značaj veličinâ T_e i T_h jasno je izražen u grafičnoj predstavi tih veličina, publikovanoj u već spomenutoj Charlierovoj radnji. Kada veličina T_e dostigne svoj maksimum, onda imamo na sjevernoj hemisferi dugo ljeto i kratku zimu, a na južnoj dugu zimu i kratko ljeto, pa kako se veličine \mathfrak{B}_e i \mathfrak{B}_h ne mijenjaju osjetno, to će srednji zimski dan Q_h sjeverne hemisfere biti topao, a srednji zimski dan Q_h' južne hemisfere biti hladan.

Tim varijacijama srednjega zimskoga dana tumače spomenute teorije postanke ledenih doba.

No tim teorijama činjene su ove zamjerke:

1. Prema tim teorijama pojavljivala bi se ledena doba periodično u razmjerno kratkim, dosta pravilnim intervalima vremena; protiv toga govore geološki iskustva.

2. Prema tim teorijama pojavljivala bi se ledena doba, u opreci sa geološkim iskustvima, alternativno na sjevernoj i južnoj hemisferi tako, da kada bi se sjeverna hemisfera nalazila u glacialnoj periodi, južna bi se nalazila u interglacialnoj, i obrnuto. Istovremena ledena doba sjeverne i južne hemisfere bila bi nemoguća.

3. Prema tim teorijama odgovaralo bi baš današnjemu dobu glacialna perioda južne hemisfere, jer je dužina zime južne hemisfere dostigla svoj maksimum, a u stvari ima južna hemisfera zimu topliju od sjeverne.

I klimatologija planete Marsa upotrebljavala se za argumenat protiv spomenutih teorija; no klimatske su nam prilike na Marsu i pored svih pažljivih posmatranja njegovih polarnih sniježnih kalota ipak tako slabo poznate, a i toliko su različite od prilika na zemlji, da mi se ovaj posljednji razlog ne čini tako jak kao prva tri.

Ovi razlozi potresli su do temelja spomenute teorije i bili su uzrokom, da se u novije doba razvila i treća kategorija astronomskih teorija ledenih doba (G. H. Darwin, Schiaparelli), koje računaju sa varijacijom elementa φ , t. j. pretpostavljaju, da zemaljska os rotacije mijenja svoj položaj u geoidu. Ali toj pojavi nije do danas nađeno neosporno mehaničko obrazloženje, pa je kakova veća varijacija elementa φ (u opreci sa varijacijama elemenata e , Π i ϵ) svakako još hipotetična.

No čitav fenomen varijacija toplotnih množina, odaslanih za godišnjih doba na zemlju, dobiva sasvim drugo lice, ako se pripazi na sekularne varijacije toplotnih množina, što ih prima kojegod mjesto zemaljske površine, a ne čitava hemisfera, dakle ako se ispituju varijacije veličina q , definisanih jednačinama (3) i (4), a ne varijacije veličina Q , definisanih jednačinama (6) i (7), jer se kod prvo spomenutih veličina osjeća utjecaj varijacije elementa ϵ , koji daje posmatranoj pojavi nov značaj.

Nagib ekliptike varijira, prema Stockwellovim računima, između granica $21^\circ 58' 36''$ i $24^\circ 35' 58''$, dakle za $2^\circ 37' 22''$. Promjena nagiba ekliptike ne mijenja, kao što sam već malo čas spomenuo, osjetno toplotne množine, što ih primaju za svojih sezonskih polugodina sjeverna ili južna hemisfera. Ali ta pro-

mjena mijenja osjetno raspored toplotnih množina na svakoj hemisferi; tako povećanje nagiba ekliptike umanjuje toplotne množine, što ih u toku godine primaju mjesta geografske širine od $\varphi = 0$ pa do $\varphi = 43^{\circ}20'$, a uvećava toplotne množine, što ih u toku godine primaju mjesta geografske širine od $\varphi = 43^{\circ}20'$ pa do $\varphi = 90^{\circ}$. To je Hargreaves u svojoj spomenutoj radnji pokazao i odredio, da te promjene godišnjih toplotnih množina čine za totalnu varijaciju od $2^{\circ}37'22''$ nagiba ekliptike u procentima (zaokružene na jednu decimalu):

$\varphi =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Postotna promjena	-0.9	-0.9	-0.8	-0.6	-0.2	+0.5	+2.0	+6.5	+9.6	+10.6

No promjena nagiba ekliptike ima još jedan važniji utjecaj, koji Hargreaves nije ispitivao, a taj je, da ona, pored spomenute promjene duž jednoga meridijana, mijenja na svakom mjestu toga meridijana raspored toplotnih množina u toku godine. Prirast nagiba ekliptike umanjuje zimske toplotne množine svakoga mjesta duž meridijana, a uvećava ljetne toplotne množine svakoga mjesta od $\varphi = 11^{\circ}23'$ pa do $\varphi = 90^{\circ}$; s jednom riječi: promjena nagiba ekliptike uvećava opreku između ljeta i zime. Prema mojim računima izaziva totalna varijacija od $2^{\circ}37'22''$ nagiba ekliptike ove postotne promjene veličina W_e i W_h , zaokružene na jednu decimalu:

$\varphi =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	
Postotna promjena od	W_e	-0.9	-0.1	+0.7	+1.5	+2.5	+3.7	+5.3	+8.3	+10.1	+10.6
	W_h	-0.9	-1.8	-2.8	-4.0	-5.7	-8.2	-12.5	-12.1	-11.2	0

Za velike geografske širine te su promjene znatne, pa se po gornjoj tabeli vidi, da totalna promjena nagiba ekliptike mijenja toplotnu množinu, što ju u vrijeme svoje zime prima 60° geografske širine, za punih 12.5%. Na toj geografskoj širini jesu, prema tome, te promjene u opreci zime i ljeta gotovo isto tolike kao i maksimalne promjene tih opreka izazvane mijenjanjem dužine godišnjih doba.

Utjecaj varijacije ekscentriciteta e na veličine W_e i W_h neznatan je i ne mora se uzeti u obzir.

Uzmu li se, prema tome, u obzir varijacije svih promjenljivih astronomskih elemenata e , Π i ϵ , to se dobiva ova slika: Varijacija prvih dvaju elemenata mijenja dužine ljetne, odnosno zimske, polugodine, dakle mijenja imenitelje T_e i T_h izraza (3) i (4), a varijacija elementa ϵ mijenja brojitelje tih izraza. To mijenjanje brojitelja nije za geografske širine do 50° znatno tako, da je za zemaljski pojas među pedesetom sjevernom i južnom paralelom fenomen varijacija srednjih sezonskih toplotnih množina dominiran varijacijom dužina godišnjih doba, pa za taj pojas vrijede u glavnom računi Crollovi i Ballovi, učinjeni pri edifikaciji njihove teorije ledenih doba. No za više geografske širine, t. j. za polarne kalote nad 50° , a specijalno za 60° geografske širine, mora se uzeti u obzir i varijacija astronomskoga elementa ϵ .

Za te geografske širine srednje su ljetne, odnosno zimske toplotne množine funkcije od tri varijabilne e , Π i ϵ , koje sve tri podjednako utječu na njihovo mijenjanje. Uslijed varijacije prvoga elementa oscilovale bi veličine q_e i q_h oko svoje srednje vrijednosti periodom od 92 tisuće godina, uslijed varijacije drugoga elementa bila bi ta perioda 21 tisuću, a uslijed trećega elementa 40 tisuća godina. Veličine q izvode sve te tri oscilacije, nejednakih perioda i nejednakih faza, zajedno, pa je njihov pravilno oscilatorni značaj, što su ga imale pri manjim geografskim širinama, perturbiran. Veličine q , što odgovaraju geografskim širinama, koje pripadaju spomenutim polarnim kalotama, osciluju veoma nepravilno. Tako n. pr. izvodi veličina q_h za 60° sjeverne širine u intervalu vremena od 72.000 pa do 25.000 godina prije god. 1850. po Hr. jednu jedinu oscilaciju, dok bi uslijed varijacije dužine godišnjih doba izvela dvije potpune oscilacije. Prva dakle zamjerka, činjena astronomskim teorijama ledenih doba, gubi svoj značaj, ako se posmatraju varijacije sezonskih toplotnih množina na geografskim širinama nad 50° i ako se uzme pravilno u obzir varijacija nagiba ekliptike.

Promjena nagiba ekliptike mijenja veličine q_e i q_e' , odnosno q_h i q_h' , u istome smislu, t. j. povećanje nagiba ekliptike umanjuje istoimene sezonske toplotne množine u isti mah na sjevernoj i južnoj hemisferi, dok su promjene veličine Π djelovale u protivnom smislu na te toplotne množine, jer kada je zimska

sezona sjeverne hemisfere rasla, onda je zimska sezona južne opadala.

Utjecaj varijacija veličine ε perturbira, prema tome, alternativan značaj promjena veličina q na sjevernoj i južnoj hemisferi. O tome nas potpuno uvjerava grafična predstava veličina q , pa za visoke geografske širine otpada i druga zamjerka činjena astronomskim teorijama ledenih doba. Taj rezultat postigao je i Spitaler u svojoj naprijed spomenutoj radnji.

Današnji nagib ekliptike od $23^{\circ}27'5''$ razlikuje se malo od njegove srednje vrijednosti $23^{\circ}17'5''$, pa zato je dan danas, i ako je dužina zimske sezone južne hemisfere dostigla jedan od svojih sporednih maksimuma, vrijednost q_n' za geografske širine, koje pripadaju spomenutoj južnoj polarnoj kaloti, daleko od svojega minimuma. I u stvari je današnji srednji zimski dan 60° južne hemisfere hladniji samo za 4.1% od današnjega srednjeg zimskog dana 60° sjeverne hemisfere, dok je njegova toplotna množina bila godine 94.000. prije god. 1850. po Hr. za 10% manja od toplotne množine današnjega zimskog dana 60° sjeverne hemisfere. Ta postotna razlika može, kao što ću odmah pokazati, narasti i do 14.8% . Današnje termičko stanje polarne kalote južne hemisfere udaljeno je, prema tome, veoma od njena ekstremnoga stanja, pa zato gubi i treća zamjerka, činjena astronomskim teorijama, svoj značaj.

Uz maksimalni ekscentricitet i minimalni nagib ekliptike, a pri dužinama perihela od 90° odnosno 270° , bio bi srednji zimski dan 60° južne širine za 14.8% hladniji, odnosno za 14.7% topliji od današnjega srednjeg dana 60° sjeverne širine. Totalna amplituda srednjega zimskoga dana 60° geografske širine (sjeverne ili južne) čini dakle punih 29.5% njegove sadašnje vrijednosti na sjevernoj hemisferi.

Utjecaj tako velikih promjena toplotnih množina, što ih prima zemlja od sunca, mora se pokazati i u klimatskoj slici naše zemlje. U kakovu se obliku taj utjecaj pokazuje i jesu li ledena doba njegova posljedica, to je pitanje, kojega se riješenju ima tek pristupiti.

